

## ESAME DI COSTRUZIONI E STRUTTURE AEROSPAZIALI 1, AA 2008-2009

Appello 8 Luglio 2009 – TEMA B – 3 ore

**Esercizio 1**

La struttura reticolare della figura 1 è piana, con aste verticali, orizzontali o a  $45^\circ$  rispetto all'orizzontale. Le aste hanno tutte la stessa rigidezza assiale  $AE$ , essendo  $E$  il modulo di Young del materiale ed  $A$  l'area della sezione delle aste. Due carichi verticali d'intensità  $P$  sono applicati ai nodi 6 e 7.

- 1) Trovare le forze assiali nelle aste e le reazioni vincolari dovute all'azione dei carichi  $P$ .
- 2) Calcolare i vettori spostamento dei nodi 3 e 4.
- 3) Una variazione di temperatura  $\Delta T > 0$  interessa l'asta 45. Che effetto avrà tale variazione di temperatura sullo stato di deformazione e di tensione dell'asta 45 e delle altre aste della struttura? Giustificate la vostra risposta.

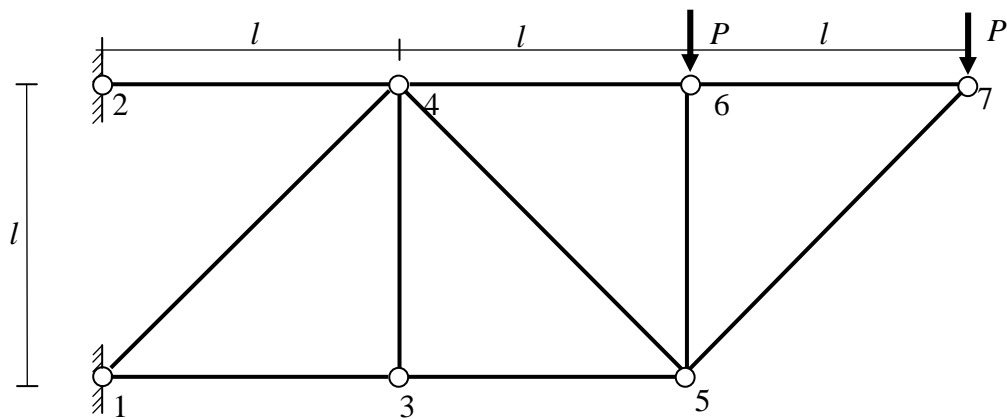


Figura 1

**Esercizio 2**

Il telaio della figura 2 è piano ed è soggetto ad un carico uniformemente ripartito verticale. La rigidezza flessionale  $EI$  è la stessa per tutte le travi del telaio.

- 1) Si scrivano le equazioni di equilibrio secondo il metodo delle rotazioni.
- 2) Si tracci il diagramma del momento flettente per tutte le travi della struttura.
- 3) Si calcoli lo sforzo di taglio per tutte le travi della struttura.
- 4) Si calcoli lo sforzo normale per tutte le travi della struttura.
- 5) Si calcolino le reazioni vincolari.

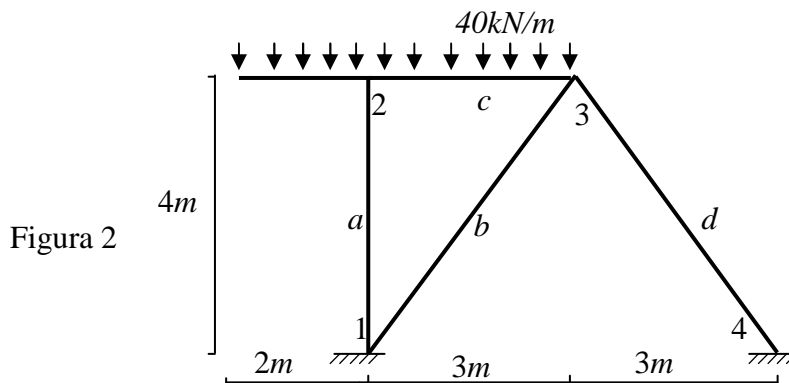


Figura 2

### Esercizio 3

La figura 3.a mostra una struttura reticolare piana caricata da una forza  $P$  inclinata di  $45^\circ$  rispetto all'orizzontale. Le quattro aste, due orizzontali e due inclinate di  $45^\circ$  rispetto all'orizzontale, hanno lo stesso modulo di Young  $E$  e la stessa area della sezione trasversale  $A$ . La struttura dev'essere discretizzata con quattro elementi finiti.

La matrice di rigidezza del singolo elemento, nel sistema di riferimento ad esso solidale mostrato in figura 3.b, è:

$$[K]_e = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

essendo  $L$  la lunghezza dell'elemento generico ed essendo  $u_1, v_1, u_2, v_2$  l'ordine dei gradi di libertà.

La matrice di trasformazione per le rotazioni piane è data da:

$$\{u\} = [T]\{U\} \text{ essendo } [T] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

Ed essendo  $\alpha$  l'angolo fra la direzione orizzontale e la direzione dell'asse della asta, come mostrato in figura 3.c.

- 1) Usando la matrice  $[T]$  si scriva la matrice di rigidezza di ciascun elemento nel sistema di riferimento globale mostrato in figura 3.a.
- 2) Si generi la matrice globale della struttura e si applichino le condizioni al contorno.
- 3) Si calcoli il valore delle incognite.
- 4) Si calcolino le forze assiali.
- 5) Si calcolino le reazioni dei vincoli.
- 6) Può l'accuratezza della soluzione ottenuta col metodo degli elementi finiti essere migliorata se si utilizza una discretizzazione più fine? Si giustifichi la risposta.

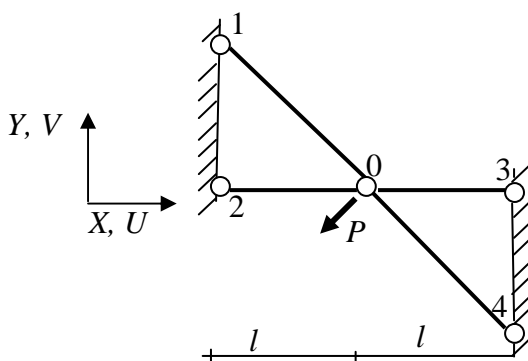


Figura 3.a



Figura 3.b

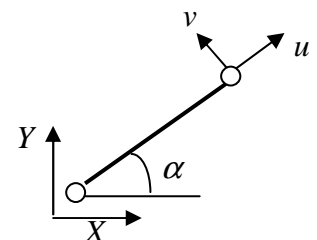


Figura 3.c

**Domande di Teoria TEMA B**

- 1) Si definisca il concetto di struttura isostatica e si forniscano esempi di sistemi di travi isostatici, iperstatici e labili.
- 2) Il diagramma di Haigh.
- 3) Si definiscano il lavoro virtuale interno e il lavoro virtuale esterno che compaiono nell'enunciato del Teorema dei Lavori Virtuali per i corpi deformabili.