Esercitazioni per Astrodinamica

per Ingegneria Aerospaziale
Università di Padova

Marco Manente

Sommario

In questa esercitazione si utilizzeranno buona parte degli argomenti trattati per risolvere una missione pianificata

1 Missione

Un satellite per l'esplorazione di Marte deve effettuare un Rendez-Vous con un satellite che è già in orbita circolare marziana ad altezza $H_{p♂} = 100km$.

La missione parte da un sito di lancio a 28.5 °N con azimuth 90° per portare il satellite in un'orbita di parcheggio circolare ad altezza 3000 km.

Dopo di che viene effettuata una manovra per posizionarsi nell'orbita di iperbolica d'uscita (che in quell'istante è a 21.6° rispetto al piano equatoriale)

Sapendo che la Terra (alla partenza) e Marte (alla data di arrivo, dopo 309 giorni) presentano i seguenti parametri tratti dalle effemeridi

		Terra (partenza)	Marte (arrivo)
semiasse maggiore (km)	a	$1.49598 \cdot 10^8$	$2.27939 \cdot 10^8$
eccentricità	e	0.0167124	0.0934117
anomalia vera (°)	ϑ	301.977	288.537
inclinazione (°)	i	0.000460713	1.85077
ascensione retta (°)	Ω	348.899	49.5851
argomento di perigeo (°)	ω	114.032	286.443

Tabella 1: Dati

si calcoli:

1. l'inclinazione dell'orbita di parcheggio (spiegando perché ha senso utilizzare l'azimuth di 90°)
2. Le caratteristiche dell'orbita di trasferimento
3. il Δv da fornire al satellite che si trova nell'orbita di parcheggio terrestre per raggiungere l'orbita di trasferimento
4. il Δv da fornire al satellite su Marte per circolarizzare (senza cambiarne il piano orbitale) l'orbita al perimarte ($H_p = 100\ km$)

5. dopo quanto tempo si raggiunge il perielio nel caso che il satellite non circolarizzi l'orbita ma compia un gravity assist al dark-side (rotazione oraria del vettore v_∞)

6. la manovra di Clohessy-Wiltshire a due impulsi necessaria per porre rimedio in 1 ora all'eventuale errore di posizionamento di 3 km avanti nella stessa orbita rispetto al satellite con cui doveva fare il Rendez-Vous.

Concetti chiave Azimuth di lancio, cambiamento di piano, orbita iperbolica d'uscita, problema di Lambert (con l'utilizzo delle variabili universali), cattura, gravity assist non complanare con il piano orbitale del pianeta, tempo di volo (problema di Kepler diretto), equazioni di Clohessy-Wiltshire

1.1 orbita di parcheggio

L'orbita di parcheggio è inclinata di 28.5° in quanto si è lanciato direttamente verso est ottenendo la minore inclinazione possibile raggiungibile senza manovre in orbite. La velocità nell'orbita circolare vale semplicemente

$$v_{park_\oplus} = \sqrt{\frac{\mu_\oplus}{R_\oplus + H_{park_\oplus}}} = 6.5195\frac{km}{s} \tag{1.1}$$

1.2 Orbita di trasferimento

Si conoscono le posizioni reciproche dei pianeti e il tempo di volo richiesto, quindi tutto questo si configura come un problema di Lambert

Visto che è possibile ottenere le posizione e velocità finali conoscendo quelle iniziali tramite

$$\mathbf{r_2} = f\mathbf{r}_1 + g\mathbf{v}_1 \tag{1.2}$$

$$\mathbf{v_2} = \dot{f}\mathbf{r}_1 + \dot{g}\mathbf{v}_1 \tag{1.3}$$

si vede abbastanza agevolmente che, dati invece le posizioni iniziale e finale si arriva

$$\mathbf{v_1} = \frac{1}{g}(\mathbf{r}_2 - f\mathbf{r}_1) \tag{1.4}$$

$$\mathbf{v_2} = \dot{f}\mathbf{r}_1 + \frac{\dot{g}}{g}(\mathbf{r}_2 - f\mathbf{r}_1) = \frac{\dot{g}}{g}\mathbf{r}_2 - \frac{f\dot{g} - \dot{f}g}{g}\mathbf{r}_1 = \frac{1}{g}(\dot{g}\mathbf{r}_2 - \mathbf{r_1}) \tag{1.5}$$

inoltre si sa che

$$f = 1 - \frac{\mu r}{h^2}(1 - \cos\Delta\vartheta) \tag{1.6}$$

$$g = \frac{rr_0}{h}\sin\Delta\vartheta \tag{1.7}$$

$$\dot{f} = \frac{\mu}{h}\frac{1-\cos\Delta\vartheta}{\sin\Delta\vartheta}\left[\frac{\mu}{h^2}(1-\cos\Delta\vartheta) - \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right] \tag{1.8}$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{\mu r_0}{h^2}(1 - \cos\Delta\vartheta) \tag{1.9}$$